Rashed Roshdi,
Les mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle.
Volume I, *Fondateurs et commentateurs.*

Londres, Al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 1996, 21 × 29 cm, 1124 p.

Le premier volume de ce travail impressionnant et exhaustif sur la tradition de ce que l'on peut appeler les mathématiques infinitésimales, dans le monde arabe, a été publié après le second, paru en 1993, qui était consacré aux travaux en la matière d'Ibn al-Hayṯam, point culminant et point d'orgue de cette tradition. Ce que l'on désigne sous le nom de mathématiques infinitésimales constitue en quelque sorte la préhistoire du calcul infinitésimal, et concerne ce qui a trait aux mesures des surfaces et des solides courbes, ainsi qu'à la détermination des valeurs extrémales (isopérimètres et isépiphanes). Ce chapitre des mathématiques se situe dans la postérité des travaux de celui qui fut sans doute le plus grand mathématicien de l'Antiquité gréco-hellénistique, Archimède.

Ce premier volume consacré à la genèse de la recherche en mathématiques infinitésimales contient des textes composés entre la deuxième moitié du IXe siècle et la fin du Xe, ainsi qu'un texte d'Ibn Hūd, qui bien que postérieur, se situe dans la lignée des précédents. La grande majorité de ces textes n'avaient jamais été ni établis ni traduits auparavant. L'ambition de cet ouvrage est de restituer l'enchaînement des travaux, d'enchâsser les créations individuelles dans les traditions qui les ont vu naître, afin de restaurer la tradition de la recherche en mathématiques infinitésimales et de dégager son style. Chaque chapitre comporte en outre une bio-bibliographie des différents auteurs étudiés, laquelle représente le dernier état de la recherche sur les questions parfois fort controversées de leurs biographies et des œuvres qui leur sont attribuées.

Le premier de ces traités, celui des trois frères Banū Mūsā (Bagdad IXe siècle), *Le traité sur la mesure des figures planes et sphériques*, fut la principale référence dans l'enseignement archimédien pendant quelques siècles. Malgré son importance historique ce traité ne nous est pas parvenu sous sa forme initiale : nous n'en possédons à ce jour qu'une version latine due à Gérard de Crémone (sous le titre *Liber trium fratrum de geometria*), ainsi qu'une réécriture de Naṣir al-din al-Ṭūsi (au XIIIe siècle). C'est donc le texte d'al-Ṭūsī qui est édité ici. L'étude de ce texte et sa comparaison avec la traduction latine permettent en outre à R. Rashed de préciser sur cet exemple en quoi consiste ce type de réécriture dont on sait qu'elle fut très employée par al-Ṭūsī. Le traité des Banū Mūsā contient entre autres le calcul de l'aire du cercle et du triangle, et le calcul de la surface latérale et du volume de la sphère, obtenus par des méthodes différentes de celles d'Archimède. L'étude des travaux de Ṯābit Ibn Qurra (mort en 901) occupe près de la moitié de l'ouvrage. Les trois traités que ce grand mathématicien a consacrés aux mathématiques infinitésimales sont édités ici :

a. *Sur la mesure de la section d'un cône, appelée parabole*,
b. *Sur la mesure des paraboloïdes*,
c. *Sur les sections du cylindre et sur sa surface latérale*.

Ṯābit Ibn Qurra, qui ignorait les travaux d'Archimède sur la parabole et sur les conoïdes et les sphéroïdes, construit une œuvre entièrement novatrice à l'origine de tout un courant de recherches. Il retrouve ici, et de façon plus générale qu'Archimède, le concept de sommes intégrales qui ne figure pas dans les deux seuls traités de ce dernier traduits en arabe, mais dont une lecture attentive de ceux-ci aurait cependant pu lui donner l'idée.

Le traité sur les sections du cylindre a non seulement marqué l'histoire des mathématiques infinitésimales, mais c'est aussi l'un des textes les plus importants en géométrie, dans la mesure où Ṯābit Ibn Qurra fait intervenir pour la première fois dans ses démonstrations des transformations géométriques ponctuelles dont il démontre et utilise certaines propriétés ; ce traité va infléchir la recherche en géométrie dans une nouvelle direction, et aura une influence profonde sur les œuvres de ses successeurs, en particulier celles de son petit-fils Ibrāhīm Ibn Sinān. Dans ce traité Ṯābit étudie les diverses espèces de sections planes d'un cylindre droit et d'un cylindre oblique, il détermine l'aire de l'ellipse et l'aire de segments elliptiques, il discute des sections maximales et minimales d'un cylindre, et détermine l'aire de la partie de la surface du cylindre comprise entre deux sections planes.

Ibn Sinān (909-946), petit-fils de Ṯābit Ibn Qurra, reprend le calcul de l'aire de la parabole, en y faisant intervenir, de façon magistrale, le concept de transformation affine, déjà mis en œuvre par Ṯābit. Le texte d'Ibn Sinān présente en outre un intérêt tout à fait exceptionnel : R. Rashed présente ici les deux versions de cette démonstration : la première, qu'Ibn Sinān lui même croyait avoir perdue, et la seconde rédigée quelques années plus tard pour pallier à cette perte. Ces deux versions d'une même démonstration permettent de suivre l'évolution de la pensée et des techniques de ce grand mathématicien. Cet exemple rarissime (il est très rare qu'un même mathématicien publie deux versions successives d'une même démonstration) permet de voir comment fonctionne la création mathématique.

Le texte d'Abū Ǧa'far al-Ḫāzin (Xe siècle) sur les isopérimètres et les isépiphanes a une visée plus limitée ; seule partie qui nous a été transmise de son commentaire du premier livre de l'*Almageste* de Ptolémée, l'objet de ce texte est l'établissement d'une proposition énoncée mais non démontrée par Ptolémée : montrer que, parmi les domaines du plan ayant un périmètre donné, le disque a la plus grande aire, et que parmi les solides ayant la même aire totale, c'est la sphère qui a le plus grand volume.

BCAI 16 (2000) Rashed Roshdi : Les mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle. Volume I, Fondateurs et commentateurs, recensé par Hélène Bellosta
© IFAO 2025 BCAI en ligne http://www.ifao.egnet.net

Ce problème intéresse aussi bien les mathématiciens que les astronomes, qui en ont besoin pour établir la sphéricité du ciel et du corps du monde. La question des isopérimètres et des isépiphanes sera ainsi, pendant une longue partie de son histoire, liée à cette perspective cosmologique qui lui assure permanence et fécondité. Le texte de Ptolémée, connu des mathématiciens de Bagdad à partir du IXe siècle, suscite une nouvelle tradition de recherche, qui commence avec al-Kindī et dans laquelle s'inscrit al-Ḫāzin.

Le texte d'al-Qūhī (Xe siècle) consacré au volume du paraboloïde de révolution fait partie d'un vaste projet (malheureusement perdu) sur l'étude des centres de gravité. Pour les besoins de cette recherche sur les centres de gravité, al-Qūhī veut connaître le volume du paraboloïde ; il se tourne alors vers l'ouvrage de Ṯābit, seul ouvrage connu de lui sur le sujet, mais en trouve la démonstration trop difficile. La démonstration d'al-Qūhī se fait en deux lemmes seulement, par une méthode qui s'apparente à celle d'Archimède, qu'il ne connaissait pas, mise en œuvre de façon relativement différente.

Les deux derniers traités, celui du mathématicien andalous Ibn al-Samḥ (979-1035) et celui de Ibn Hūd (mort en 1085), roi de Saragosse, valent plus par leur intérêt historique que par la nouveauté des résultats mathématiques qu'ils contiennent.

On voit ainsi se dégager au travers de ces différents textes, le style de ces travaux en mathématiques infinitésimales : l'utilisation nouvelle des transformations affines permet de gagner en simplicité et en élégance ; les méthodes archimédiennes, retrouvées par ces mathématiciens, sont infléchies dans un sens arithmétique, donnant le jour à ce qu'il est alors légitime d'appeler une tradition néo-archimédienne. La réunion de ces travaux consacrés aux mathématiques infinitésimales, permet également d'apprécier le dynamisme et la vitalité de ce milieu des géomètres, milieu vivant, où les controverses vont bon train, où la connaissance des résultats des prédécesseurs n'empêche pas de reprendre leurs travaux pour en donner des démonstrations meilleures ou plus élégantes, où les échanges et la correspondance jouent un rôle analogue à celui qu'ils joueront en Europe au XVIIe siècle.

Hélène Bellosta
IFEAD, Damas

BCAI 16 (2000) Rashed Roshdi : Les mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle. Volume I, Fondateurs et commentateurs, recensé par Hélène Bellosta
© IFAO 2025 BCAI en ligne http://www.ifao.egnet.net